BAHAN AJAR M.K. PROGRAM LINEAR T.A. 2011/2012

MATERI PENGANTAR PROGRAM LINEAR

PERTEMUAN 2

LATAR BELAKANG PROGRAM LINEAR

Pada tahun 1947 Program linear mulai berkembang pesat karena ditemukannya suatu metode penyelesaian masalah program linear dengan menggunakan metode simpleks oleh George Dantzig. Selanjutnya, berbagai alat dan metode dikembangkan untuk menyelesaikan masalah program linear bahkan sampai pada masalah riset operasi hingga tahun 1950an.

Program linear banyak digunakan pada bidang ekonomi, industri, pendidikan, sosial, dan lain-lain. Bentuk linear yang dimaksud adalah model matematika dalam masalah program linear tersebut keseluruhan merupakan fungsi linear.

PENGERTIAN PROGRAM LINEAR

Program linear adalah suatu model matematika yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan guna memperoleh hasil yang optimal (maksimum maupun minimum).

Dalam suatu program linear dikenal dua fungsi, yakni fungsi tujuan dan fungsi kendala. Kedua fungsi tersebut merupakan hasil representasi dari suatu permasalahan yang telah diterjemahkan dalam model matematika. Model matematika untuk fungsi tujuan berbentuk persamaan (“=”) sedangkan fungsi kendala/fungsi batasan dapat berbentuk persamaan ataupun pertidaksamaan ($\leq " atau "\geq "$).

Untuk dapat membuat formulasi model matematika, terlebih dahulu diperlukan pengidentifikasian masalah. Tahapan yang perlu diperhatikan dalam formulasi model matematika, yaitu:

1. menentukan variabel yang tidak diketahui (variabel keputusan). Misalkan, ibu membeli tiga buah pensil seharga Rp10.000,00. Tentukan harga satu buah pensil. Maka dalam hal ini pensil merupakan suatu variabel yang tidak diketahui harganya.
2. Menentukan tujuan masalah tersebut dalam bentuk suatu persamaan (“=”).
3. Menentukan semua kendala masalah tersebut dalam bentuk suatu persamaan (“=”) ataupu pertidaksamaan ($\leq " atau "\geq "$).

Sehingga, program linear memiliki model matematika dengan bentuk umum sebagai berikut,

Fungsi tujuan :

Maksimumkan atau minimumkan z = c1x1 + c2x2 + ... + cnxn

Fungsi kendala/batasan:

a11x1 + a12x2 + ... + a1nxn = /≤ / ≥ b1

a21x1 + a22x2 + … + a2nxn = /≤ / ≥ b2

…

am1x1 + am2x2 + … + amnxn = /≤ / ≥ bm

x1, x2, …, xn ≥ 0

Dengan:

* x1, x2, ..., xn (xi) menunjukkan variabel keputusan. Jumlah variabel keputusan (xi) oleh karenanya tergantung dari jumlah kegiatan atau aktivitas yang dilakukan untuk mencapai tujuan.
* c1,c2,...,cn merupakan kontribusi masing-masing variabel keputusan terhadap tujuan, disebut juga koefisien fungsi tujuan pada model matematiknya.
* a11, ...,a1n,...,amn merupakan penggunaan per unit variabel keputusan akan sumber daya yang membatasi, atau disebut juga sebagai koefisien fungsi kendala pada model matematiknya.
* b1,b2,...,bm menunjukkan jumlah masing-masing sumber daya yang ada. Jumlah fungsi kendala akan tergantung dari banyaknya sumber daya yang terbatas.

Berikut ini diberikan beberapa kasus masalah program linear:

1. Seorang pengrajin menghasilkan satu tipe meja dan satu tipe kursi. Proses yang dikerjakan hanya merakit meja dan kursi. Dibutuhkan waktu 2 jam untuk merakit 1 unit meja dan 30 menit untuk merakit 1 unit kursi. Perakitan dilakukan oleh 4 orang karyawan dengan waktu kerja 8 jam perhari. Pelanggan pada umumnya membeli paling banyak 4 kursi untuk 1 meja. Oleh karena itu pengrajin harus memproduksi kursi paling banyak empat kali jumlah meja. Harga jual per unit meja adalah Rp 1,2 juta dan per unit kursi adalah Rp 500 ribu.

*Formulasikan kasus tersebut ke dalam model matematiknya !*

1. Seorang peternak memiliki 200 kambing yang mengkonsumsi 90 kg pakan khusus setiap harinya. Pakan tersebut disiapkan menggunakan campuran jagung dan bungkil kedelai dengan komposisi sebagai berikut :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Bahan | Kg per kg bahan | Biaya (Rp/Kg) |
| Kalsium | Protein | Serat |
| Jagung | 0.001 | 0.09 | 0.02 | 2000 |
| Bungkil kedelai | 0.002 | 0.60 | 0.06 | 5500 |

Kebutuhan pakan kambing setiap harinya adalah paling banyak 1% kalsium, paling sedikit 30% protein dan paling banyak 5% serat.

*Formulasikan permasalahan di atas ke dalam model matematiknya !*

1. Empat produk diproses secara berurutan pada 2 mesin. Waktu pemrosesan dalam jam per unit produk pada kedua mesin ditunjukkan table di bawah ini :

|  |  |
| --- | --- |
| Mesin | Waktu per unit (jam) |
| Produk 1 | Produk 2 | Produk 3 | Produk 4 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 2 |
| 2 | 3 | 2 | 1 | 2 |

Biaya total untuk memproduksi setiap unit produk didasarkan secara langsung pada jam mesin. Asumsikan biaya operasional per jam mesin 1 dan 2 secara berturut-turut adalah $10 dan $5. Waktu yang disediakan untuk memproduksi keempat produk pada mesin 1 adalah 500 jam dan mesin 2 adalah 380 jam. Harga jual per unit keempat produk secara berturut-turut adalah $65, $70, $55 dan $45.

*Formulasikan permasalahan di atas ke dalam model matematiknya !*

1. Suatu perusahaan manufaktur menghentikan produksi salah satu produk yang tidak menguntungkan. Penghentian ini menghasilkan kapasitas produksi yang menganggur (berlebih). Kelebihan kapasitas produksi ini oleh manajemen sedang dipertimbangkan untuk dialokasikan ke salah satu atau ke semua produk yang dihasilkan (produk 1,2 dan 3). Kapasitas yang tersedia pada mesin yang mungkin akan membatasi output diringkaskan pada table berikut :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Tipe mesin | Waktu yang dibutuhkan produk pada masing-masing mesin (jam) | Waktu yang tersedia (jam per minggu) |
| Produk 1 | Produk 2 | Produk 3 |
| Mesin milling | 9 | 3 | 5 | 500 |
| Lathe | 5 | 4 | 0 | 350 |
| Grinder | 3 | 0 | 2 | 150 |

Bagian penjualan mengindikasikan bahwa penjualan potensial untuk produk 1 dan 2 tidak akan melebihi laju produksi maksimum dan penjualan potensial untuk produk 3 adalah 20 unit per minggu. Keuntungan per unit masing-masing produk secara berturut-turut adalah $50, $20 dan $25.

*Formulasikan permasalahan di atas ke dalam model matematik !*

Setelah diperoleh formulasi model matematika, selanjutnya untuk menyelesaikan masalah program linear dapat dilakukan dengan perhitungan manual maupun dengan bantuan komputer. Kita dapat memperhatikan banyaknya variabel keputusan masalah tersebut. Ketika masalah program linear terdiri dari dua variabel keputusan maka kita dapat menyelesaikannya dengan menggunakan metode grafik.